

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۱۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۳		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مجموعه جواب نامعادله روبه رو را تعیین کرده و به صورت بازه نشان دهید. $7 \leq 1 - 3x < 19$	۰/۷۵
۲	تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x < 1 \\ -x+1 & x \geq 1 \end{cases}$ مفروض است، حاصل $f(f(2))$ را محاسبه کنید.	۰/۵
۳	a و b را طوری محاسبه کنید که نمودارهای دو تابع $y = ax^2 + x + b$ و $y = x + 3a$ همدیگر را روی محور عرض ها در نقطه ای به عرض ۱- قطع کنند.	۰/۷۵
۴	اگر $f(x) = \frac{-3x+4}{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشد، دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را محاسبه کنید و به صورت فاصله نمایش دهید.	۱
۵	اگر $g(x) = ax + b$ و $f(x) = 2x - 4$ باشد، a و b را طوری تعیین کنید که داشته باشیم: $(g \circ f)(x) = 2x + 5$	۱/۲۵
۶	تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3a & x < 1 \\ x - a & 1 < x < 4 \\ \Delta x^2 + bx + 4 & 4 < x \end{cases}$ مفروض است، عددهای a و b را چنان بیابید که تابع f در $x=4$ دارای حد بوده و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ باشد.	۱/۵
۷	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x + \sqrt{x+2}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x \cdot \tan 3x \cdot \tan 4x}{x^3}$ ت) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-5}{x+2}$ ث) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 1}{3 - 2x^2}$	۴/۲۵

ادامه‌ی سؤالات در صفحه دوم

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۱۰	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه		دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۳	
۱/۲۵	a را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x^2 - a^2} = \frac{1}{4}$ باشد.		۸
۱/۷۵	پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 1 & x \neq 1 \\ x^2 - 1 & x = 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی نمایید.		۹
۲	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست). الف) $f(x) = \sqrt{x^2 + \Delta x}$ ب) $g(x) = 2(x^4 - 3x + 1)^5$ پ) $h(x) = \sin^2 x + \cos \Delta x$		۱۰
۱	توپی را با سرعت اولیه ی ۲۰ متر در ثانیه بطور قائم از زمین به بالا پرتاب می کنیم. اگر جهت مثبت فاصله از نقطه پرتاب به طرف بالا باشد، معادله حرکت به شکل $x = f(t) = -4/9t^2 + 20t$ است مطلوب است محاسبه ی: الف) سرعت لحظه ای توپ در پایان یک ثانیه پس از پرتاب. ب) سرعت متوسط توپ از لحظه پرتاب تا پایان ثانیه دوم. ($t = 0$ تا $t = 2$)		۱۱
۱/۷۵	معادله ی خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$ را در نقطه ی عطف آن به دست آورید.		۱۲
۲/۲۵	نمودار تابع $y = (x+2)(x-1)^2$ را رسم کنید.		۱۳
۲۰	جمع نمرات		« موفق باشید »

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۳	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$6 \leq -3X \langle 18 \Rightarrow -2 \geq X \rangle - 6 \quad (./25)$ $(./25) \quad \text{ج.م.} = [-2, -6] \quad (./25)$
۲	$f(2) = -2 + 1 = -1 \quad (./25) \quad f(-1) = 2(-1)^2 = 2 \quad (./25)$
۳	$(0, -1) \in \text{تابع} \quad (./25) \Rightarrow \begin{cases} -1 = b \quad (./25) \\ -1 = 3a \Rightarrow a = \frac{-1}{3} \quad (./25) \end{cases}$
۴	$\left. \begin{array}{l} x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \quad (./25) \\ x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \quad (./25) \\ \sqrt{x-1} \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \quad (./25) \end{array} \right\} \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = (1, 2) \cup (2, +\infty) \quad (./25)$
۵	$\begin{aligned} (g \circ f)(x) &= a(2x - 4) + b \quad (./25) \\ &= 2ax - 4a + b \quad (./25) \end{aligned}$ $2ax - 4a + b = 2x + 5 \Rightarrow \begin{cases} 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \quad (./25) \\ -4(1) + b = 5 \Rightarrow b = 9 \quad (./25) \end{cases}$
۶	$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) \quad (./25) \Rightarrow 4 - a = 8 + 4b + 4 \quad (./5) \Rightarrow a + 4b = -8 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 - 3a = 2 \quad (./25) \Rightarrow a = 0 \quad (./25) \end{array} \right\} \Rightarrow b = -2 \quad (./25)$
۷	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x+\sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x+1}{x+\sqrt{x+2}} \times \frac{x-\sqrt{x+2}}{x-\sqrt{x+2}} \right) \quad (./25) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-\sqrt{x+2})}{x^2-x-2} = (./25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-\sqrt{x+2}}{x-2} \quad (./5) = \frac{-1-\sqrt{-1+2}}{-1-2} = \frac{2}{3} \quad (./25)$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(2x+3)(x-1)} \quad (./5) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2x+3} = \frac{1-1}{2(1)+3} \quad (./25) = 0 \quad (./25)$</p> <p>ت) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x \cdot \tan 3x \cdot \tan 4x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{x} \times \frac{\tan 3x}{x} \times \frac{\tan 4x}{x} \right) \quad (./75)$ $= 2 \times 3 \times 4 = 24 \quad (./25)$</p> <p>ث) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-5}{x+2} = \frac{-2^+-5}{-2^++2} = \frac{-7}{0^+} \quad (./25) = -\infty \quad (./25)$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 1}{3 - 2x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2}{-2x^2} \quad (./25) = -2 \quad (./25)$</p>

ادامه در صفحه دوم

باسمه تعالی

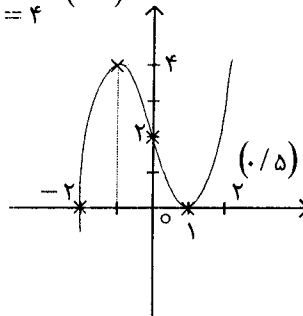
رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۱۰	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۳

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x-a} \times \frac{1}{x+a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x+a} = \frac{1}{2a} \Rightarrow \frac{1}{2a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۸
$f(1) = 2(0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \right) (0/25) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x}+1)} (0/25)$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{(1+1)(\sqrt{1}+1)} (0/25) = \frac{1}{4} (0/25) \Rightarrow 2 \neq \frac{1}{4}$ <p>تابع در نقطه $x=1$ پیوسته نیست. (۰/۵)</p>	۹
$\text{الف) } f'(x) = \frac{2x+5}{2\sqrt{x^2+5x}} (0/25)$ $\text{ب) } g'(x) = 5(2)(4x^3 - 3)(x^4 - 3x + 1)^5 (0/75)$ $\text{پ) } h'(x) = 2 \sin x \cos x - 5 \sin 5x (0/5) (0/25)$	۱۰
$\text{الف) } v = x' = f'(t) = -9/8t + 20 (0/25)$ $\text{ب) } v(1) = -9/8 \times 1 + 20 = 10/2 (0/25)$ $\text{سرعت متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{-4/9 \times 2^2 + 20 \times 2 - 0}{2} = 10/2 (0/25)$	۱۱
$f'(x) = 3x^2 + 6x (0/25)$ $f''(x) = 6x + 6 (0/25) \rightarrow f''(x) = 0 \rightarrow x = -1 (0/25)$ $f(-1) = 6 (0/25)$ $f'(-1) = m = -3 (0/25) \rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 6 = -3(x + 1) (0/25)$ $y = -3x + 3 (0/25)$	۱۲

ادامه در صفحه سوم

باسمه تعالی

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۱۰	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۳

$y' = (x-1)^2 + 2(x-1)(x+2)$ $\begin{cases} x \rightarrow \pm\infty \\ y \rightarrow \pm\infty \end{cases} \quad (./\ 25) \quad y' = (x-1)(3x+3) = 0 \quad \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=0 \\ x=-1 \Rightarrow y=4 \end{cases} \quad (./\ 5)$ $y=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \quad (./\ 25) \\ x=1 \end{cases}$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">max min (./\ 5)</p>  $y'' = 6x = 0 \quad x=0 \Rightarrow y=2 \quad (./\ 25)$	x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	y	$-\infty$	0	4	2	0	$+\infty$	۱۳
x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$																
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$																
y	$-\infty$	0	4	2	0	$+\infty$																
<p>مصصحين محترم ، با عرض سلام و خسته نباشيد</p> <p>لطفاً برای روشهای حل درست دیگر بام را به تناسب تقسیم فرمائید. با تشکر</p>																						